

# NOUVELLE APPROCHE POUR L'ESTIMATION SÉQUENTIELLE ET ROBUSTE DE PHASE À PARTIR DE SÉRIES D'IMAGES SAR MULTI-TEMPORELLES

Dana El Hajjar<sup>1,2</sup>, Guillaume Ginolhac<sup>1</sup>, Yajing Yan<sup>1</sup>, Mohammed Nabil El Korso<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Savoie Mont Blanc, Laboratoire d'Informatique, Systèmes, Traitement de l'Information et de la Connaissance (LISTIC), Annecy, France

<sup>2</sup> Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), Gif-sur-Yvette, France

Ce travail est financé par le projet ANR REPED-SARIX (ANR-21-CE23-0012-01) de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR).



## Contexte

### Motivations

- ▲ disponibilité de volumes massifs de données SAR
- ▲ les approches offline exigent un retraitement de toutes les données
- ▲ nécessité d'intégrer efficacement de nouvelles acquisitions
- ▲ le traitement séquentiel en interférométrie SAR reste peu exploré
- ▲ pertinence de la modélisation non gaussienne des données SAR [4]

### Contributions

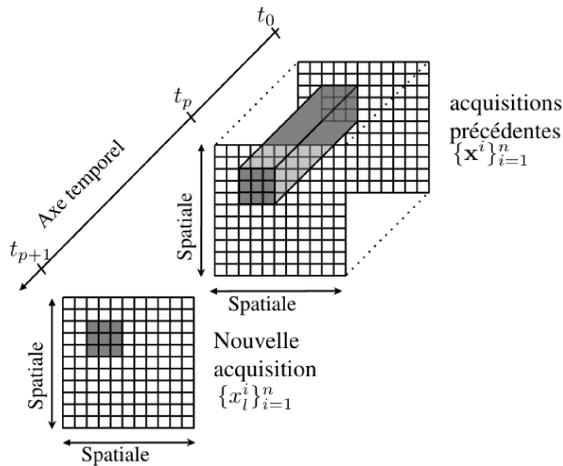
- ▲ nouvelle approche séquentielle basée sur le Phase Linking (PL) et l'estimation de Maximum de Vraisemblance.
- ▲ estimation robuste basée sur un modèle non Gaussien.

## Modélisation des données

Pour une série temporelle de  $l = p+1$  images SAR, on considère un voisinage spatial local homogène de taille  $n$  noté  $\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n$ , où  $\tilde{\mathbf{x}}^i \in \mathbb{C}^l$  pour tout  $i \in [1, n]$

$$\tilde{\mathbf{x}}^i = \underbrace{[x_1^i, \dots, x_p^i, x_l^i]^T}_{\mathbf{x}^i} \in \mathbb{C}^l$$

où  $\mathbf{x}^i \in \mathbb{C}^p$  est le pixel multivarié des images précédentes. On adopte un modèle Gaussien composé,  $\tilde{\mathbf{x}}^i \sim \mathcal{CN}(0, \tau_i \tilde{\Sigma})$  avec  $\tau_i$  un scalaire déterministe inconnu.



La Matrice de Covariance (MC) de la série temporelle des images SAR est

$$\tilde{\Sigma} = \tilde{\Psi} \odot \tilde{\mathbf{w}}_\theta \tilde{\mathbf{w}}_\theta^H$$

où  $\tilde{\Psi}$  est la partie réelle de  $\tilde{\Sigma}$ , et  $\tilde{\mathbf{w}}_\theta$  désigne le vecteur des exponentielles des phases complexes ( $\tilde{\mathbf{w}}_\theta = [e^{j\theta_0}, \dots, e^{j\theta_1}]$ ).

Quand une nouvelle acquisition arrive, la MC peut s'écrire comme

$$\tilde{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma & w_{\theta_l}^* \text{diag}(\mathbf{w}_\theta) \gamma^T \\ \gamma \text{diag}(\mathbf{w}_\theta)^H w_{\theta_l} & \gamma_l \end{pmatrix}$$

## Algorithme classique offline

**Solution classique mais très coûteuse en calcul:** Appliquer un algorithme standard sur toutes les images.

### Phase Linking : MLE-PL

Une estimation conjointe de  $\tilde{\Psi}$  et  $\tilde{\mathbf{w}}_\theta$  est proposée dans [4]

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\Psi}, \tilde{\mathbf{w}}_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n} & \mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \tilde{\Psi}, \tilde{\mathbf{w}}_\theta) \\ \text{s.l.c.} & \tilde{\Psi} \in \mathbb{R}^{l \times l}, \tilde{\mathbf{w}}_\theta \in \mathbb{T}_l, \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

où

▲  $\mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \tilde{\Psi}, \tilde{\mathbf{w}}_\theta)$  est la fonction de log-vraisemblance négative des données complètes en fonction de  $\tilde{\Psi}$  et  $\tilde{\mathbf{w}}_\theta$ .

▲  $\mathbb{T}_l = \{\tilde{\mathbf{w}} \in \mathbb{C}^l, |[\tilde{w}]_i| = 1, \forall i \in [1, l]\}$  est le  $l$ -tore des vecteurs complexes de phase uniquement

## Phase Linking Séquentiel (S-MLE-PL)

**Solution proposée:** estimer que les paramètres liés à la nouvelle image.

Le problème d'optimisation consiste à estimer simultanément la variance, la nouvelle différence de phase et la cohérence avec les images précédentes [2]

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n} & \mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n) \\ \text{s.l.c.} & \gamma, \gamma_l \text{ réels, } |w_\theta| = 1, \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

où  $\mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n)$  est la vraisemblance des données en fonction de  $\gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n$ .

Le problème est résolu via un algorithme **descente de coordonnées par blocs**.

La fonction de log-vraisemblance négative peut s'exprimer comme

$$\mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n) = - \sum_{i=1}^n \left[ \mathcal{L}(x_l^i | \mathbf{x}^i; \gamma, \gamma_l, w_\theta, \tau_i) + \mathcal{L}(\mathbf{x}^i; \tau_i) \right]$$

Selon [1],  $x_l^i | \mathbf{x}^i \sim \mathcal{CN}(\mu_i, \sigma_i^2)$  où  $\mu_i = w_\theta \gamma \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{x}^i$  et  $\sigma_i^2 = \tau_i (\gamma_l - \gamma \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H \hat{\Sigma}^{-1} \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta) \gamma^T)$ .

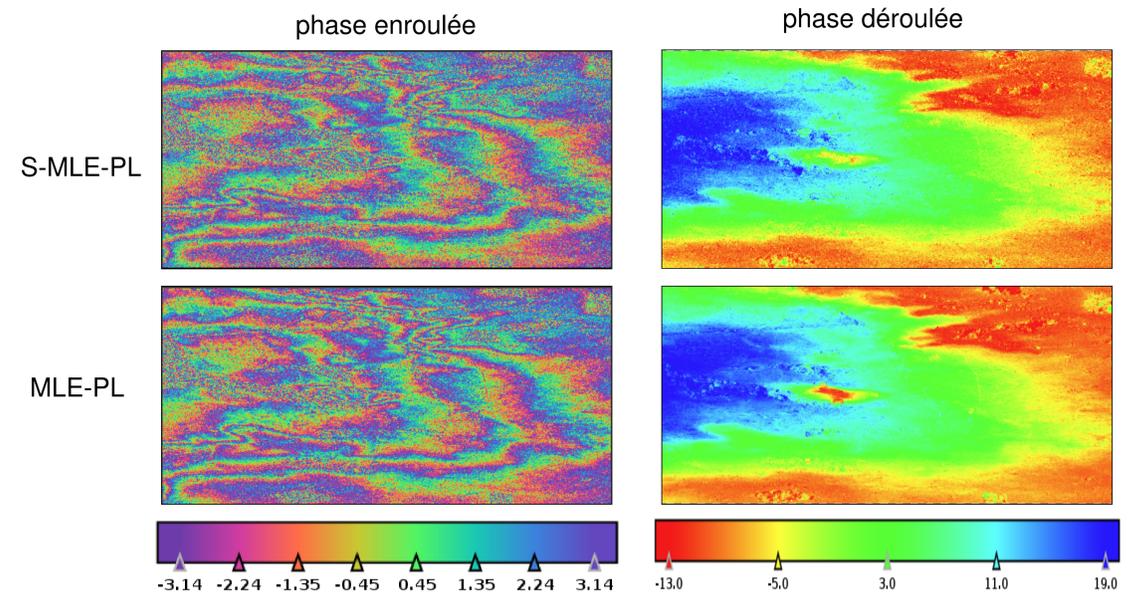
$$\mathcal{L}(\{\tilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \gamma, \gamma_l, w_\theta, \{\tau_i\}_{i=1}^n) = \sum_{i=1}^n \left[ l \log(\tau_i) + \log(v) + \frac{y_i^* y_i}{\tau_i v} + \frac{1}{\tau_i} \mathbf{x}^{iH} \hat{\Sigma}^{-1} \mathbf{x}^i \right]$$

où  $k = \gamma \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H \hat{\Sigma}^{-1} \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta) \gamma^T$ ,  $v = \gamma_l - k$ ,  $\mathbf{L}_i = \mathbf{x}^{iH} \hat{\Sigma}^{-1} \text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)$  et  $y_i = x_l^i - w_\theta \gamma \mathbf{L}_i^H$ .

## Cas d'application réel

### Jeu de données: Mexico City

- ▲ Taille de la série temporelle:  $l = 20$  images SAR Sentinel-1 acquises tous les 12 jours
- ▲ Période d'acquisition: du 14 août 2019 au 10 avril 2020 (8 mois)
- ▲ Taille de la fenêtre de multilooking:  $n = 49$



Méthode	Colinéarité [3]	SSIM	Temps	Complexité
S-MLE-PL	0.57	0.70	4.72 min	$\mathcal{O}(p^3)$
MLE-PL	0.61	réf	38.4 min	$\mathcal{O}(n_{iter} p^3)$

## Conclusions et perspectives

Nous présentons une nouvelle approche robuste séquentielle qui permet d'incorporer efficacement de nouvelles images dans l'estimation de phase InSAR dans un cadre PL.

### Perspectives

- ▲ choisir un autre type de zones (milieu naturel)
- ▲ utiliser d'autres modèles robustes pour ajuster des données haute résolution

## Références

- [1] T. W. Anderson. An introduction to multivariate statistical analysis, volume 2. Wiley New York, 1958.
- [2] D. El Hajjar, G. Ginolhac, Y. Yan, and M.N. El Korso. Robust Sequential Phase Estimation Using Multi-Temporal SAR Image Series. *IEEE Signal Processing Letters*, 32:811–815, 2025.
- [3] B. Pinel-Puysségur, R. Michel, and J-P. Avouac. Multi-link InSAR time series: Enhancement of a wrapped interferometric database. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 5(3):784–794, 2012.
- [4] P. Vu, A. Breloy, F. Brigui, Y. Yan, and G. Ginolhac. Robust phase linking in insar. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 61:1–11, 2023.